

Enseñanza Directa de la matemática- Características y resultados clave

Marcy Stein, PhD
Profesora emérita
University of Washington Tacoma
mstein@uw.edu



HOLA!

Mi nombre es Marcy Stein.

Estoy muy contenta de estar aquí.

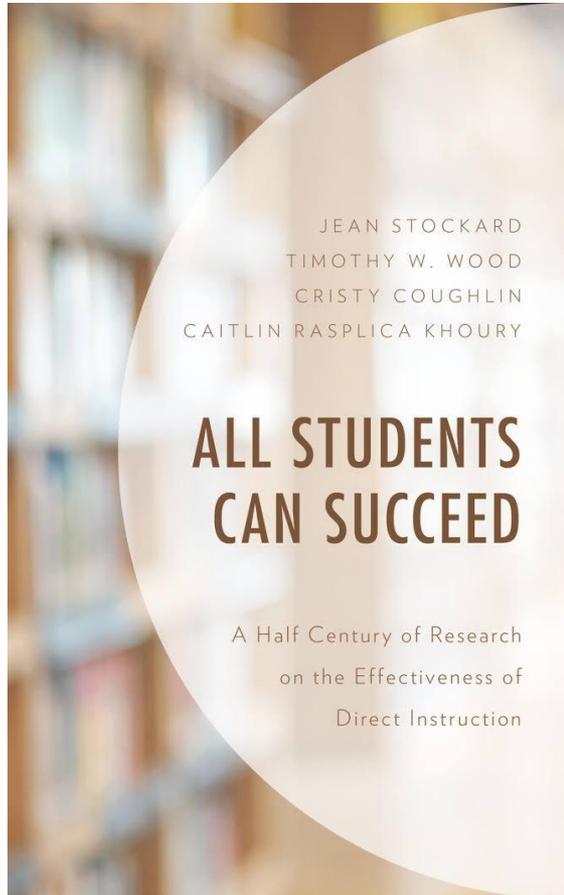
Full disclosure: Stein, M., Kinder, D., Rolf, K., Silbert, J., & Carnine, D. W. (2018). *Direct instruction mathematics*. New York: Pearson.

Agenda

1. Apoyo desde la investigación a la Enseñanza*
Directa (*DI por su sigla en inglés*)
2. Características clave de la Enseñanza Directa
de la matemática

*Nota de traducción: para evitar malentendidos en esta presentación se tradujo el concepto *Direct Instruction* como *Enseñanza Directa*.

50 años de investigación



Stockard, J., Wood, T. W., Coughlin, C., & Khoury, C. R. (2020). All students can succeed: A half century of research on the effectiveness of Direct Instruction.



La investigación sobre DI – Follow Through

El *Project Follow Through* fue el experimento estructurado más extenso y costoso financiado por el gobierno federal de USA.

El *Follow Through* eventualmente involucró aproximadamente 100,000 estudiantes en 180 comunidades a lo largo del país y costó alrededor de un billón de dólares (mil millones).

El estudio comparó **9 modelos** de educación incluyendo la Enseñanza Directa, considerando la implementación de cada uno al menos en 3 escuelas.

Cada modelo escolar fue comparado a una escuela local asignada para su comparación.



Follow Through: mediciones

Mediciones de habilidades básicas

Mediciones cognitivas

Mediciones de variables afectivas

Intellectual Achievement Responsibility Scale

Coopersmith self-esteem inventory



Follow Through: Análisis 1

Cada lugar fue comparado con su lugar asignado como grupo control.

Un resultado fue declarado como significativo si:

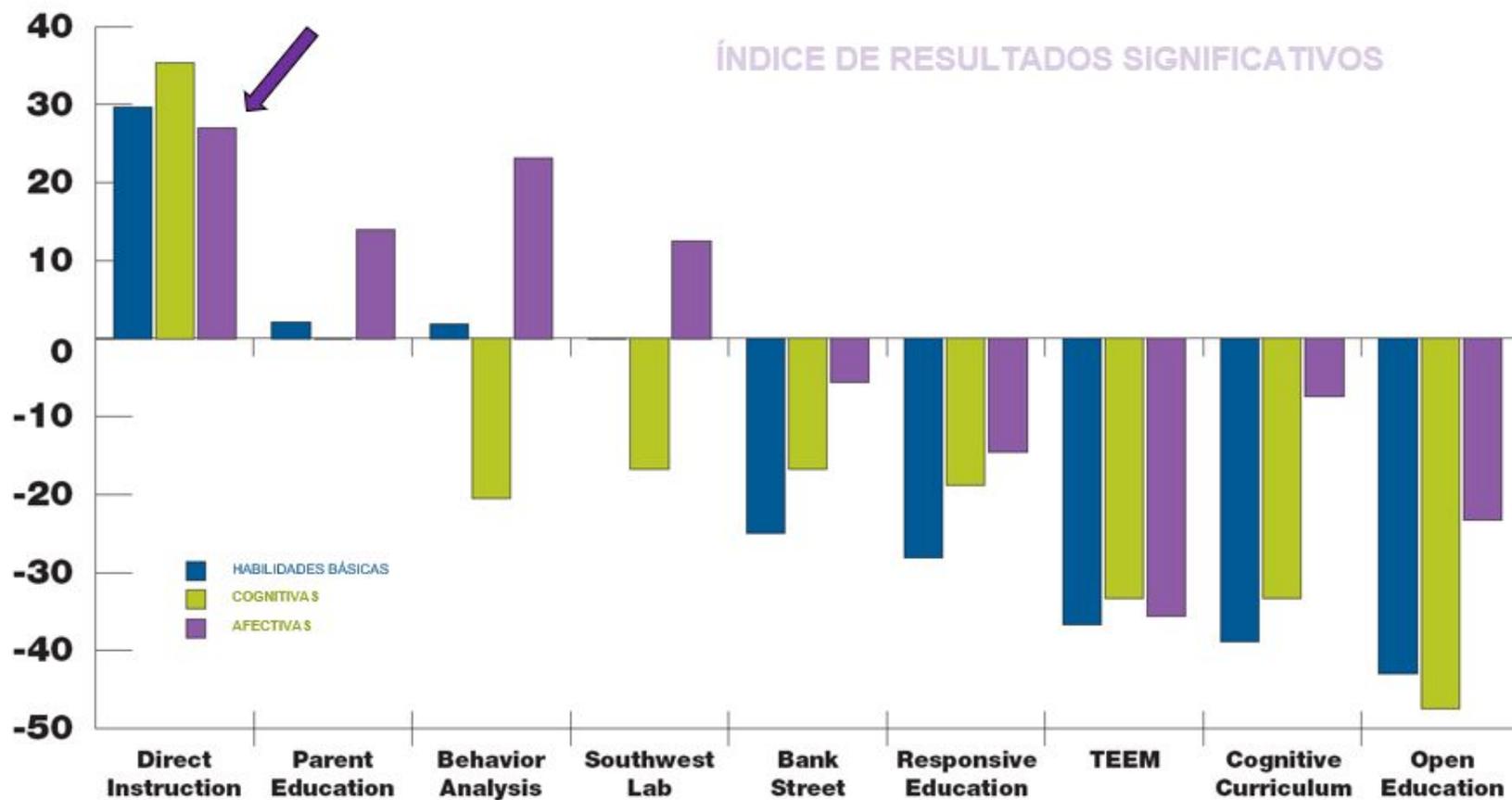
- La diferencia fue estadísticamente significativa, y si
- El efecto de tamaño fue igual a .25 o más grande.

El porcentaje de resultados significativos fue calculado para cada medida.

Follow Through: Resultados 1

Transversal a los dominios: hab. Básicas, Cognitivas, Afectivas

ÍNDICE DE RESULTADOS SIGNIFICATIVOS



Investigación en DI: Resultados de medidas afectivas

“En contraste con las opiniones expresadas por los críticos, los estudiantes a los que se les enseñó con DI obtuvieron puntajes más altos en las pruebas de habilidades intelectuales y **desarrollaron percepciones de sí mismos más fuertes y positivas**. Los docentes y apoderados consideraron que esos programas eran muy efectivos y que los recomendarían a otras personas.[énfasis agregado] (p.114)

Stockard, J., Wood, T. W., Coughlin, C., & Khoury, C. R. (2020). All students can succeed: A half century of research on the effectiveness of Direct Instruction.



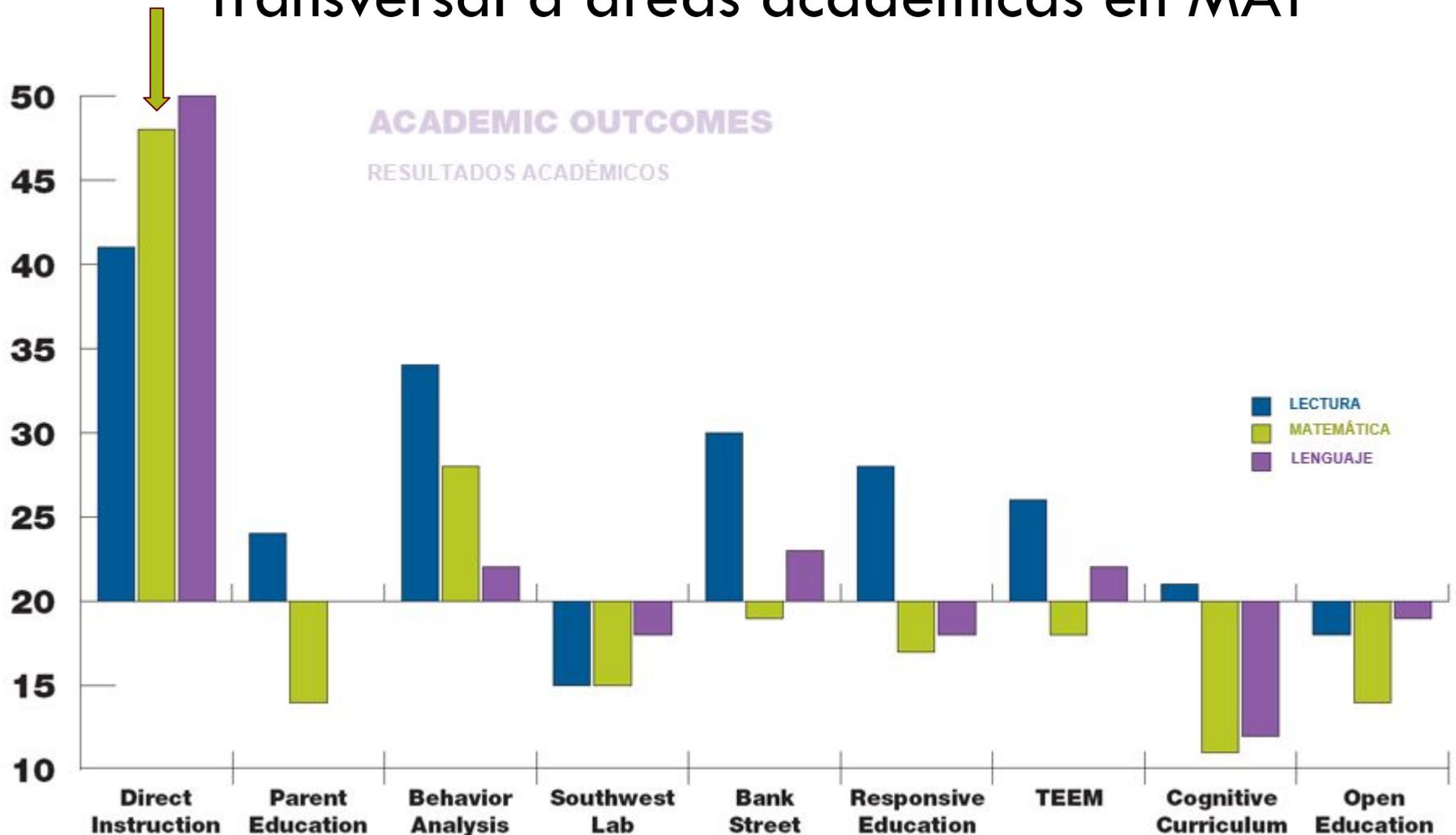
Follow Through: Análisis 2

Los resultados de todos los lugares fueron promediados. Y fueron convertidos en puntajes según percentiles.

Los resultados fueron comparados al percentil 20 – el puntaje predecido para los estudiantes en base a datos demográficos.

Follow Through: Resultados 2

Transversal a áreas académicas en MAT



Licencia de Creative Commons Reconocimiento – No comercial.

DI Matemática: investigación directa

Adams, G. L., & Engelmann, S. (1996). *Research on direct instruction: 25 years beyond DISTAR*. Seattle, WA: Educational Achievement Systems.

Tamaños del efecto para estudios individuales de programas de Enseñanza Directa de Matemática



Enseñanza explícita vs Enseñanza Directa*

Al analizar las diferencias entre Enseñanza Directa y enseñanza explícita, Hughes et al. describieron:

*“...La Enseñanza Directa incluye tanto los contenidos por enseñar (**el qué**) y la enseñanza (**el cómo**), mientras que la enseñanza explícita se enfoca principalmente en el cómo”*
[emphasis added] (p. 144)

*Nota: Las personas (de habla inglesa) suelen referirse a la enseñanza explícita usando el concepto de **enseñanza directa** (di por su sigla en inglés) en minúsculas.

Hughes CA, Morris JR, Therrien WJ, and Benson, SK (2017) Explicit instruction: Historical and contemporary contexts. *Learning Disabilities Research & Practice*, 32(3), pp.140-148.



Componentes esenciales de la Enseñanza Directa

Organización y gestión

Forma de enseñar

Diseño instruccional (matemática)

Diseño instruccional

Apunta a:

Reducir la ambigüedad que puede conducir a confusiones.

Requiere:

“Ponernos en el lugar de los aprendices...”

Características clave del Diseño instruccional de la Enseñanza Directa

A. Organización general del *programa*

- diseño de programa en formato por ejes (*strand*) versus espiral (*spiral*)
- diseño de clases

B. Estrategias matemáticas generalizables

C. Dominio de habilidades previas necesarias

D. Prácticas extendida y revisión

E. Integración – juntar todo

A. Organización general del *programa*

Coordinación de los componentes del programa implica poner atención a:

Relación entre estrategias matemáticas

Relación entre **enseñanza y evaluación**

Diseño por ejes (*strand*) o *espiral* del programa de estudios

Organización del programa

Programa de estudio en *espiral*

Schmidt, W., Houang, R., & Cogan, L. (2002). *Coherent Curriculum: The case of mathematics. American Educator* 26 (2), 10-26

FIGURE 2

State Composite: Mathematics topics intended at each grade by at least two-thirds of 21 U.S. states.

Note that topics are introduced and sustained in a way that produces no visible structure.

TOPIC	GRADE:	1	2	3	4	5	6	7	8
Whole Number Meaning		■	■	■	■	■	□		
Whole Number Operations		■	■	■	■	■	□		
Measurement Units		■	■	■	■	■	■	■	■
Common Fractions		□	■	■	■	■	■	□	□
Equations & Formulas		□	□	■	■	■	■	■	■
Data Representation & Analysis		■	■	■	■	■	■	■	■
2-D Geometry: Basics		■	■	■	■	■	■	■	■
Polygons & Circles		■	■	■	■	■	■	■	■
Perimeter, Area & Volume			□	□	□	■	■	■	■
Rounding & Significant Figures									
Estimating Computations		□	□	■	■	■	■	■	■
Properties of Whole Number Operations		□	□	□	□				
Estimating Quantity & Size				□					
Decimal Fractions				□	■	■	■	□	□
Relationship of Common & Decimal Fractions					□	□	□		
Properties of Common & Decimal Fractions									
Percentages						□	■	■	□
Proportionality Concepts							■	□	
Proportionality Problems							■	■	■
2-D Coordinate Geometry				□	■	□	□	□	■
Geometry: Transformations		■	■	■	■	■	■	■	■
Negative Numbers, Integers & Their Properties							□	■	□
Number Theory						■	□	□	□
Exponents, Roots & Radicals							□	□	■
Exponents & Orders of Magnitude								□	□
Measurement Estimation & Errors		□	□	■	□	■	■	■	□
Constructions w/ Straightedge & Compass									
3-D Geometry		■	■	■	■	■	■	■	■
Congruence & Similarity						□	■	■	□
Rational Numbers & Their Properties							■	■	□
Patterns, Relations & Functions		■	■	■	■	■	■	■	■
Slope & Trigonometry									
Number of topics covered by at least 67% of the states		14	15	18	18	20	25	23	22

Program Organization

Programa de estudio por ejes (strand)

Schmidt, W., Houang, R., & Cogan, L. (2002). *Coherent Curriculum: The case of mathematics. American Educator* 26 (2), 10-26

FIGURE 1

A+ Composite: Mathematics topics intended at each grade by at least two-thirds of A+ countries.

Note that topics are introduced and sustained in a coherent fashion, producing a clear upper-triangular structure.

TOPIC	GRADE:	1	2	3	4	5	6	7	8
Whole Number Meaning		■	■	■	■	■			
Whole Number Operations		■	■	■	■	■			
Measurement Units		□	■	■	■	■	■	■	
Common Fractions				□	■	■	■		
Equations & Formulas				□	■	■	■	■	■
Data Representation & Analysis				□	□	■	■		□
2-D Geometry: Basics				□	■	■	■	■	■
Polygons & Circles					■	■	■	■	■
Perimeter, Area & Volume					■	■	■	■	□
Rounding & Significant Figures					■	■			
Estimating Computations					■	■	■		
Properties of Whole Number Operations					□	■			
Estimating Quantity & Size					□	□			
Decimal Fractions					■	■	■		
Relationship of Common & Decimal Fractions					■	■	■		
Properties of Common & Decimal Fractions						■	■		
Percentages						■	■		
Proportionality Concepts						■	■	■	□
Proportionality Problems						■	■	■	■
2-D Coordinate Geometry						□	□	■	■
Geometry: Transformations							■	■	■
Negative Numbers, Integers & Their Properties							□	■	
Number Theory								■	□
Exponents, Roots & Radicals								■	■
Exponents & Orders of Magnitude								□	□
Measurement Estimation & Errors								□	
Constructions w/ Straightedge & Compass								■	□
3-D Geometry								■	■
Congruence & Similarity									■
Rational Numbers & Their Properties									□
Patterns, Relations & Functions									□
Slope & Trigonometry									□
Number of topics covered by at least 67% of the A+ countries		3	3	7	15	20	17	16	18
Number of additional topics intended by A+ countries to complete a typical curriculum at each grade level		2	6	5	1	1	3	6	3

□ - intended by 67% of the A+ countries ■ - intended by 83% of the A+ countries ■ - intended by 100% of the A+ countries

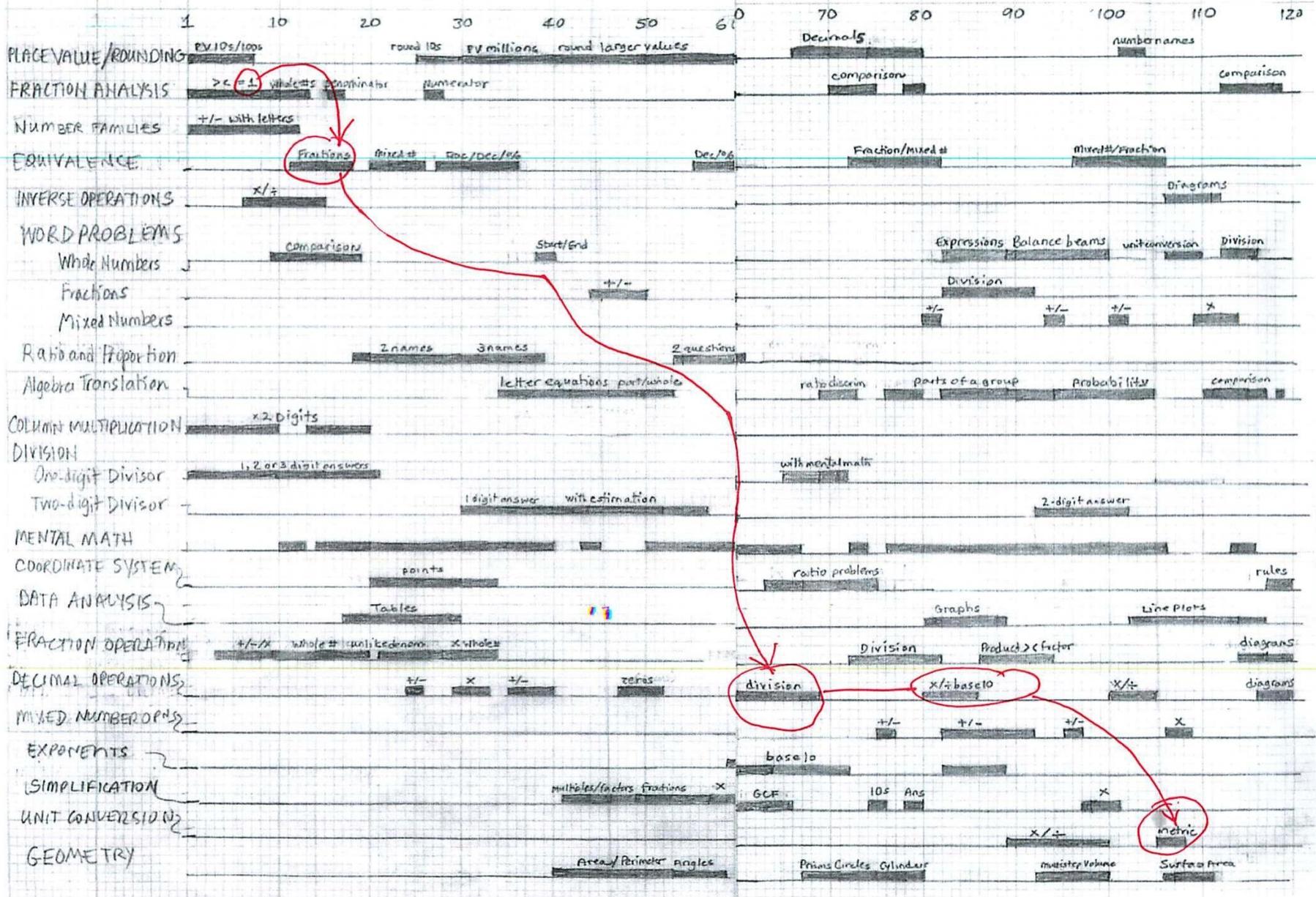
Ruta secuencial (por ejes) de la Enseñanza Directa

Características de la ruta general:

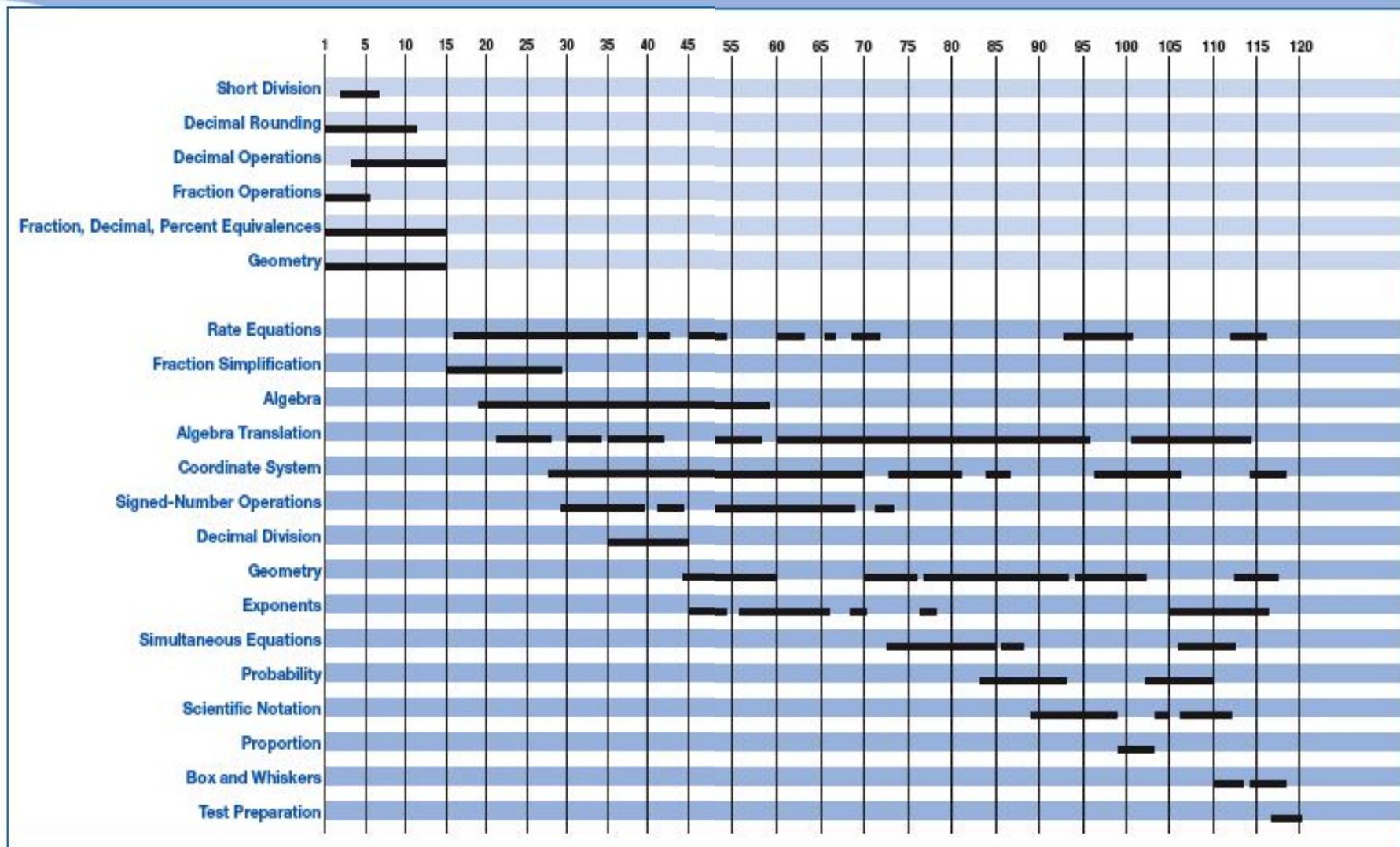
- Una habilidad previa necesaria* o una habilidad enseñada por ruta
- La ruta se extiende durante días y semanas
- Los ejercicios dentro de una ruta cambian sistemáticamente
- Las rutas son sistemáticamente integradas

* Habilidad previa necesaria – Componente de la habilidad – Habilidad precursora

Scope and Sequence for Connecting Math Concepts Level F



Scope and Sequence for *Essentials for Algebra*



Características clave de diseño de clases en la Enseñanza Directa

En cada lección DI:

- solo un 10% del contenido es **nuevo**
- el nuevo contenido es presentado durante **3 lecciones consecutivas**
- todas las **habilidades previas necesarias** deben dominarse previo a su aplicación
- **6-10 ejes temáticos (rutas) en curso** en cada lección
- **la introducción y revisión de los contenidos es explícita.**



Problem Solving

Results

Government

Money

B. La estrategia de enseñanza de la matemática

Explícita – procedimientos visibles paso a paso

Sistemática – permite un análisis por componentes de cada habilidad, corrección de errores, diagnóstico y remediación

Generalizable – “acumular kilometraje”

B. La estrategia de enseñanza de la matemática: Volumen

Tradicionalmente, se le enseña 7 fórmulas distintas a los estudiantes para calcular el volumen de 7 figuras tridimensionales distintas.

Formulas to calculate the volume of 7 three-dimensional figures:

Rectangular prism: $l \cdot w \cdot h = v$

Wedge: $1/2 \cdot l \cdot w \cdot h = v$

Triangular pyramid: $1/6 \cdot l \cdot w \cdot h = v$

Cylinder: $\pi \cdot r^2 \cdot h = v$

Rectangular pyramid: $1/3 \cdot l \cdot w \cdot h = v$

Cone: $1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = v$

Sphere: $4/3 \cdot \pi \cdot r^3 = v$

B. La estrategia de enseñanza de la matemática: Volumen

	<u>Caja</u>	<u>Cuña</u>	<u>Cilindro</u>
 Análisis de similitud	Bxh	Bxh	Bxh
Convencional	$l \times w \times h$	$\frac{1}{2} l \times w \times h$	$\pi r^2 h$

B. La estrategia de enseñanza de la matemática: Volumen

	<u>Pirámide</u>		<u>Cono</u>	<u>Esfera</u>
	<u>Rectangular</u>	<u>Triangular</u>		
Análisis de similitud	$\frac{1}{3} Bxh$	$\frac{1}{3} Bxh$	$\frac{1}{3} Bxh$	$\frac{2}{3} Bxh$
Convencional	$\frac{1}{3} lwxh$	$\frac{1}{6} lwxh$	$\frac{1}{3} \pi r^2h$	$\frac{4}{3} \pi r^3$

B. La estrategia DI para enseñar Volumen

Explícita

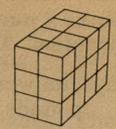
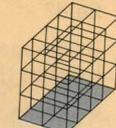
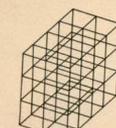
Sistemática

Generalizable

Volumen = área de la base x altura

Part 3

- These are cubes. Each side of a cube is a square.

- Here's a box:
You want to figure out the number of cubes that fit in the box. When you find the number of cubes that fit in a box, you find the **volume** of the box.

- Here's the equation for the volume of a box: **Volume = area of base x height**
- The base is the bottom side of the box:
The bottom side is shaded.

- The bottom side of the box is 2 units wide and 4 units long. The area of the base is 8 squares.
- Here's the equation with the number for the area of the base: **Volume = 8 x height**
- The height is 3 units. Here's the equation with the number for the height: **Volume = 8 x 3**
- Here's the volume: **Volume = 8 x 3 = 24 cubes**
- Here's the box with the cubes shown:


C. Habilidades previas necesarias

Habilidad necesaria – Componente de la habilidad –
Habilidad

(i.e., Conocimientos previos/de mundo)

Ejemplo: resta con reagrupación

¿Los estudiantes comprenden la **secuencia de derecha a izquierda**? (¿se realiza la resta en el sentido correcto?)

- ¿Saben **cuándo** reagrupar?
- ¿Saben **desde dónde** reagrupar?
- Conversión: ¿realizan las **transformaciones adecuadas** en las columnas adyacentes?

D. Práctica y revisión

Acumulativa

Distribuida en el tiempo (e intercalada)

Andamiada (apoyo)

Atención detallada a la ***selección de los ejemplos***

Número de ejemplos

Ejemplos introductorios y de discriminación

Secuencia de ejemplos

D. Práctica y revision: andamiaje

Entregue pistas para cada problema

Trabaje cada problema

Monitoree cada problema

Progreso desde contextos fáciles a más complejos

Trabaje cada problema

Monitoree cada problema

Trabaje un bloque de problemas

Chequeo postergado

D. Práctica y revision: andamiaje



D. Selección de ejemplos: reagrupación

34	52	85	77	Grupo introductorio
- <u>16</u>	- <u>38</u>	- <u>47</u>	- <u>39</u>	

Grupo discriminativo

27	64	96	43
- <u>15</u>	- <u>38</u>	- <u>49</u>	- <u>21</u>

D. Selección de ejemplos: Vocabulario de matemática

Ejercicios introductorios de *intersección de rectas*

Ejercicios introductorios de *rectas paralelas*

Práctica discriminativa (a-f)

Lesson 99

Part 1

- Some lines **intersect**. Those are lines that touch each other or cross each other.
- Some lines do not intersect. Some of those lines are **parallel**. Parallel lines are always the same distance from each other.
- Lines that are **not** parallel will always intersect if they go far enough.

a.

b.

c.

d.

e.

f.

E. Integración: ejemplo de resolución de problemas

(Problemas con contextos escritos – integrando lenguaje con computación)

Los trabajadores plantaron abetos y arces en dos parques: Rock Park y Wilson Park. En Rock Park plantaron 128 abetos. El número total de arces plantados en ambos parques fue de 543. En Rock Park plantaron 17 arces más que abetos. En Rock Park se plantaron 17 arces más que abetos. En Wilson Park plantaron un total de 400 árboles.

¿Cuál es el número total de árboles que se plantaron?

¿Se plantaron más arces en Rock Park o en Wilson Park?

¿En qué parque se plantaron más árboles?

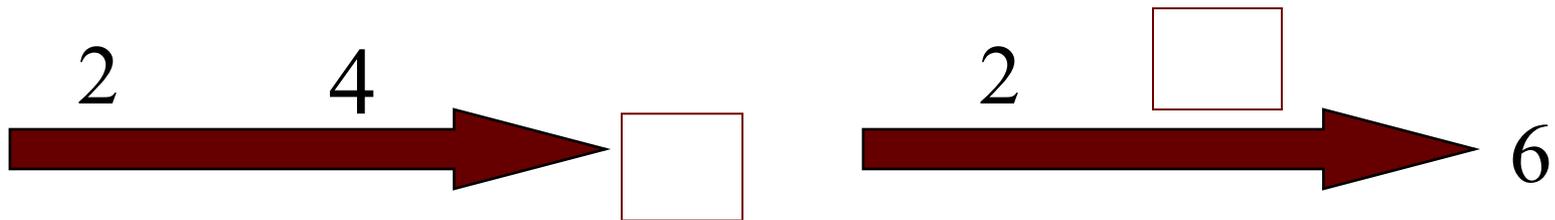
E. Integración: presentar flechas y reglas

Las reglas ayudan a los estudiantes a determinar la operación correcta.

El total siempre va al final de la flecha.

Si *no* se indica el número total, sumamos.

Cuando *sí* se da el número total, restamos.





E. Integración: aplicar reglas a problemas con contextos escritos

Primero – gráficamente represente el problema escrito en la flecha.

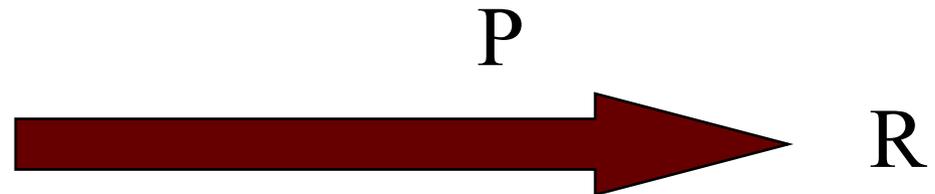
Luego – determine cuál es la ecuación para resolver el problema.

Habilidades previas: diagramar menor que/mayor que

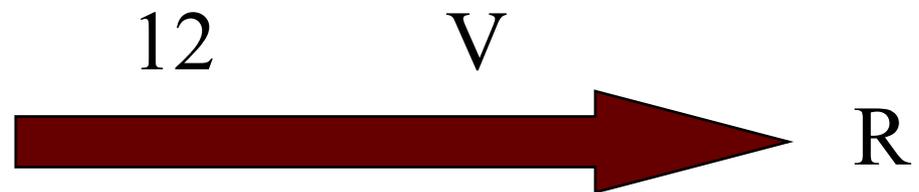
J es *menor que* M



R es *mayor que* P



R es *12 mayor que* V



Problemas con textos escritos *generalizables*

Una vez que las habilidades previas han sido dominadas, la estrategia de problemas con texto escrito puede ser aplicada sistemáticamente a diferentes *tipos* de problemas con texto escrito:

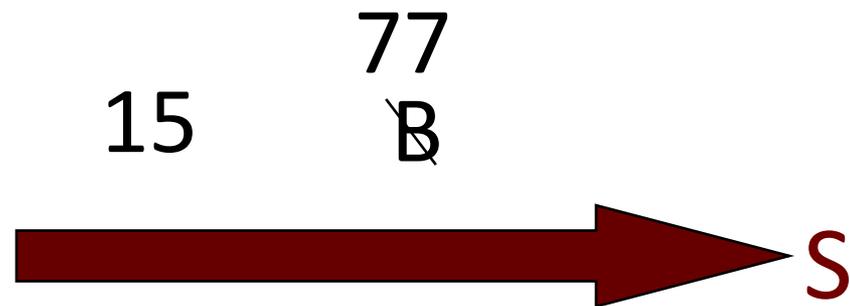
- **Con comparaciones**
- **Con secuencia de eventos**
- **Con clasificaciones**
- **Con pasos múltiples**
- **Con proporciones**

Problemas con texto escrito con comparaciones

S tiene 15 más que B.

B es 77.

¿Qué número es S?



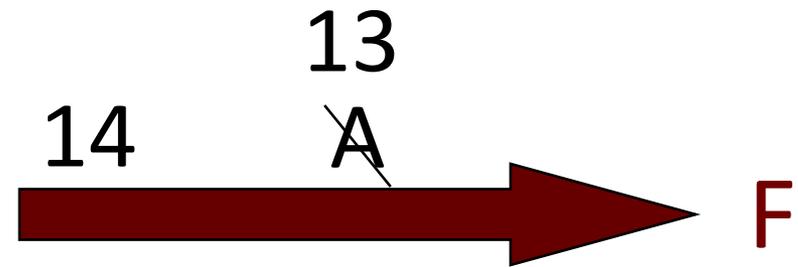
$$15 + 77 = 92$$

Problemas con texto escrito con comparaciones

Fran tiene 14 años más que Ann.

Ann tiene 13 años..

¿Cuántos años tiene Fran?



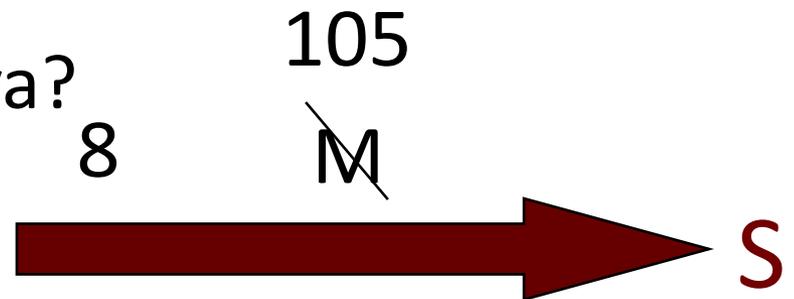
$$\begin{array}{r} 14 \\ +13 \\ \hline 27 \end{array}$$

Problemas con texto – Con comparaciones

Mark puede levantar 8 libras menos que Sonya.

Mark puede levantar 105 libras.

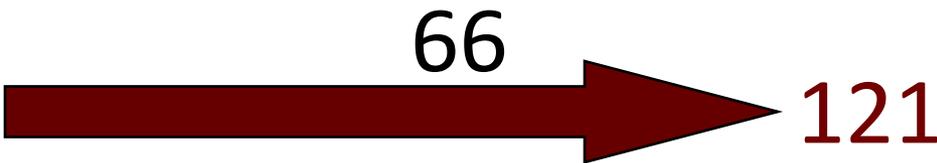
¿Cuántas puede levantar Sonya?



$$\begin{array}{r} 105 \\ + 8 \\ \hline 113 \end{array}$$

Problemas con texto – Con secuencia de eventos

Sara recogió algunas nueces antes del almuerzo. Después de comer, recogió 66 libras más de nueces. Al final del día, tenía 121 libras de nueces. ¿Cuántas libras de nueces había recogido antes de comer?

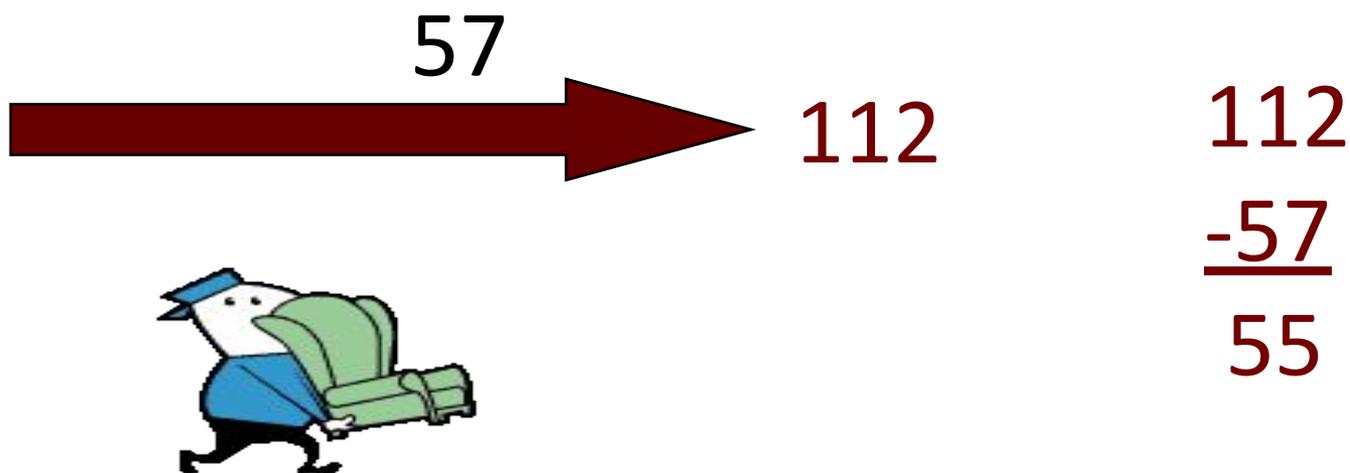


A diagram illustrating the problem. A dark red arrow points from left to right. Above the arrow is the number 66. To the right of the arrow's tip is the number 121.

$$\begin{array}{r} 121 \\ -66 \\ \hline 55 \end{array}$$

Problemas con texto – con clasificaciones

Un hotel va a comprar 112 muebles. Necesita comprar 57 sofás. El hotel comprará sillas para el resto del mobiliario. ¿Cuántas sillas comprará el hotel?



Integración – aplicar reglas a tablas

Los trabajadores plantaron abetos y arces en dos parques: Rock Park y Wilson Park. **En Rock Park plantaron 128 abetos.** El número total de arces plantados en ambos parques fue de 543. En Rock Park plantaron 17 arces más que abetos. En Rock Park se plantaron 17 arces más que abetos. **En Wilson Park plantaron un total de 400 árboles.**

¿Cuál es el número total de árboles que se plantaron?

¿Se plantaron más arces en Rock Park o en Wilson Park?

¿En qué parque se plantaron más árboles?

Integración – aplicar reglas a tablas

Clasificación	Rock Park	Wilson Park	Total en los parques
Abetos	128		
Arces			543
Total árboles		400	

Integración – aplicar reglas a las tablas

“17 arces más que abetos”

Classification	Rock Park	Wilson Park	Total en los parques
Abetos	128		
Arces	145		543
Total árboles		400	



Integración – aplicar reglas a tablas

Aplicar las reglas, completar la tabla, responder preguntas.

Clasificación	Rock Park	Wilson Park	Total
Abetos	128	2 (4)	130 (3)
Arces	145	398 (5)	543
Total Trees	273 (1)	400	673 (2)

Integración – aplicar reglas a tablas

Los trabajadores plantaron abetos y arces en dos parques: Rock Park y Wilson Park. En Rock Park plantaron 128 abetos. El número total de arces plantados en ambos parques fue de 543. En Rock Park plantaron 17 arces más que abetos. *En Rock Park se plantaron 17 arces más que abetos.* En Wilson Park se plantaron 400 árboles en total.

¿Cuál es el número total de árboles plantados? **673**

¿Se plantaron más arces en Rock Park o en Wilson Park?

Parque Wilson

¿En qué parque se plantaron más árboles?

Parque Wilson

Integración – aplicar reglas a tablas de proporciones

Problemas de proporciones con texto

Una fábrica arma autos y SUVs. **Por cada 3 coches fabrica 5 SUVs.** Si la fábrica armó **1.600 vehículos** el año pasado, ¿cuántos coches y cuántos todoterrenos hizo?

Integración – aplicar reglas a tablas de proporciones

Problema de clasificación de proporciones

2 prerrequisitos cruciales

1. Clasificación –

Vehículos, Autos, SUVs

2. **Cálculos** – determinando luego multiplicando por la fracción igual a 1 (200/200) para resolver las cantidades desconocidas.

Clasificación	Proporción	
Autos	3	600 (2)
SUVs	5	1,000 (3)
Vehículos	8 (1)	1600

$$\frac{3 \text{ Cars}}{8 \text{ Vehicles}} \times \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{\square \text{ Cars}}{1,600 \text{ Vehicles}}$$

$$\frac{3 \text{ Cars}}{8 \text{ Vehicles}} \times \frac{200}{200} = \frac{600}{1,600}$$



Consejos finales

El diseño instruccional es un element necesario pero **no suficiente** de la Enseñanza Directa.

Todos los elementos deben aplicarse para mejorar el logro estudiantil.

Organización y gestion

Forma de enseñar

Diseño instruccional

Recursos relevantes

Videos (en inglés)

DI Arithmetic – Zig Engelmann (1966)

<https://www.youtube.com/watch?v=j9SjFsimywA>

DI: A Retrospective

https://www.youtube.com/watch?v=_e30nLB5ArE

En español

¿Qué es la Enseñanza Directa (sí, con mayúsculas)? (@aptus_org)

<https://www.youtube.com/watch?v=jOzAXD8-kpk>

Podcast (en inglés)

What is Direct Instruction Mathematics

<https://zachgroshell.wordpress.com/2024/05/11/what-is-direct-instruction-mathematics-with-marcy-stein-and-bernadette-kelly/>

Relevant Resources

Articles (en inglés)

Engelmann's Theory of Instruction

<https://psych.athabascau.ca/open/engelmann/theory.php#top>

Stein, M., & Rolf, K. (2023). The case for Direct Instruction. *Impact* (2514-6955), (19).

En español

[Blog Aptus \(2023\). ¿La enseñanza directa o explícita es hacer clases expositivas o tradicionales? Resolviendo un gran malentendido.](#)

Gracias

mstein@uw.edu