



**Aptus**  
POTENCIADORA EDUCACIONAL  
SIP Red de Colegios | Fundación Reinaldo Solari

# **!Equivóquense! Aprender de los errores en matemática**

**María Paz Cadena y Pablo Canales**

# Agenda



**1**

Los errores y el aprendizaje

**2**

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

**3**

Principios para utilizarlos en clases

# Agenda



**1**

Los errores y el aprendizaje

**2**

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

**3**

Principios para utilizarlos en clases



***“Los errores son oportunidades de aprendizaje”***



# ¿Qué nos muestran los datos?



## Prueba de Diagnóstico PDD



# ¿Qué nos muestran los datos?



## Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

# ¿Qué nos muestran los datos?



## Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

# ¿Qué nos muestran los datos?



## Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

# Un ejemplo



Si en 5° básico...

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{4}$$

En 7° básico...

$$x + \frac{1}{4} = \frac{5}{7}$$

# En conclusión



Nuestros estudiantes muestran más errores conforme avanzan los niveles. Estos errores permanecen a lo largo del tiempo y “dificultan el aprendizaje” de nuevos conocimientos que progresan sobre ellos.

# ¿Qué nos muestran los datos?



Niveles	Logro y desviación estándar del grupo de preguntas en el nivel inferior	Logro y desviación estándar del grupo de preguntas en el nivel superior
2° y 3°	72% (3.3)	75% (6,4)
5° y 6°	66% (4.6)	72% (7,7)
I° y II°	43% (12.7)	53% (15,2)

Si bien hay una disminución de los errores, una mayoría de ellos tiende a permanecer y aumenta la brecha entre los estudiantes y estas siguen aumentando conforme aumentan los niveles.



***Hay que abordar los errores...***

***¿nos hacemos cargo  
de todos ellos?***



# Respuestas erróneas



¿Cuánto es  $23 + 7$ ?

32

237

¿Qué diferencia estas dos respuestas erróneas?





*No todos los errores nos abren una  
oportunidad de aprendizaje .*



# Distinción



- Hay errores que no entregan información con respecto al proceso de aprendizaje y no nos permiten tomar decisiones de enseñanza más que Re enseñar.
- Hay errores que reflejan dificultades en el proceso de pensamiento/procesamiento de los estudiantes a nivel conceptual o procedimental. Estos errores son los que nos permiten entender el proceso de aprendizaje y reorientar la enseñanza.

# 5 Tipos de errores comunes en matemática



- Comprensión de símbolos y vocabulario matemático.
- Dificultades para organizar y representar información espacial
- Manejo parcial o incorrecto de conceptos, algoritmos, y procedimientos básicos de la matemática
- Errores por asociación incorrecta de conocimientos, experiencias o rigidez en la forma de procesar información.
- Aplicación o uso de conceptos irrelevantes (inhibir aquellos que no es central para la tarea).

# ¿Cómo se ven algunos de estos errores?



Comprensión de símbolos y vocabulario matemático.

$$2^3 =$$

5                      6

# ¿Cómo se ven algunos de estos errores?



Manejo parcial o incorrecto de conceptos, algoritmos y procedimientos básicos de la matemática

$$52 + 4 = 92 \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 52 \\ + 4 \\ \hline 92 \end{array}$$



***Necesito detectar estos errores....***

***¿Cómo lo hacemos?***





Los errores y el aprendizaje

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

Principios para utilizarlos en clases

# ¿Cómo detecto estos errores?



## Un ejemplo

Objetivo de evaluación: Calcular adición de números naturales

¿Cuánto es  $24 + 3$ ?

- A) 27
- B) 28
- C) 29

¿Cuánto es  $24 + 3$ ?

- A) 9
- B) 27
- C) 243

Resultado: en ambos casos la mitad del curso marca C.

¿Qué diferencia estas dos preguntas?





# Las preguntas bisagras

- Visión rápida del entendimiento de los estudiantes
- Características:
  - ✓ Simples y rápidas de responder
  - ✓ Deben permitir recogida rápida de información
- El pero... tiempo de creación



# Ejemplo

- Objetivo: medir capacidad de completar un patrón dado en tablas
- Nivel: 4°

Observa el patrón:

1	4	9	16	?
---	---	---	----	---

¿Cuál es el número que falta?

- 7% A) 17
- 49% B) 23
- 31% C) 25
- 7% D) 27

← ¿Qué hay detrás de este error? ¿Por qué alguien considera esto como respuesta correcta?

Necesariamente el uso del error pasa por el conocimiento de la pregunta (y del error)

# Ejemplo



Observa el patrón:

1	4	9	16	?
---	---	---	----	---

¿Cuál es el número que falta?

- A) 17
- B) 23
- C) 25
- D) 27

Considera que la diferencia entre el penúltimo y el último término es la que se debe agregar

Estrategia que apunte a ese error en específico



***Cuando usamos las preguntas bisagra,  
detectamos errores que son una oportunidad de  
aprendizaje...***

***¿Ahora qué?***





Los errores y el aprendizaje

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

Principios para utilizarlos en clases

# Analizamos esta situación



¿Cuál número es mayor?

2,30

2,16

# Analizamos esta situación



¿Cuál número es mayor?

1,82

0,9



¿Por qué el estudiante se vuelve a equivocar a pesar de la corrección del primer error?



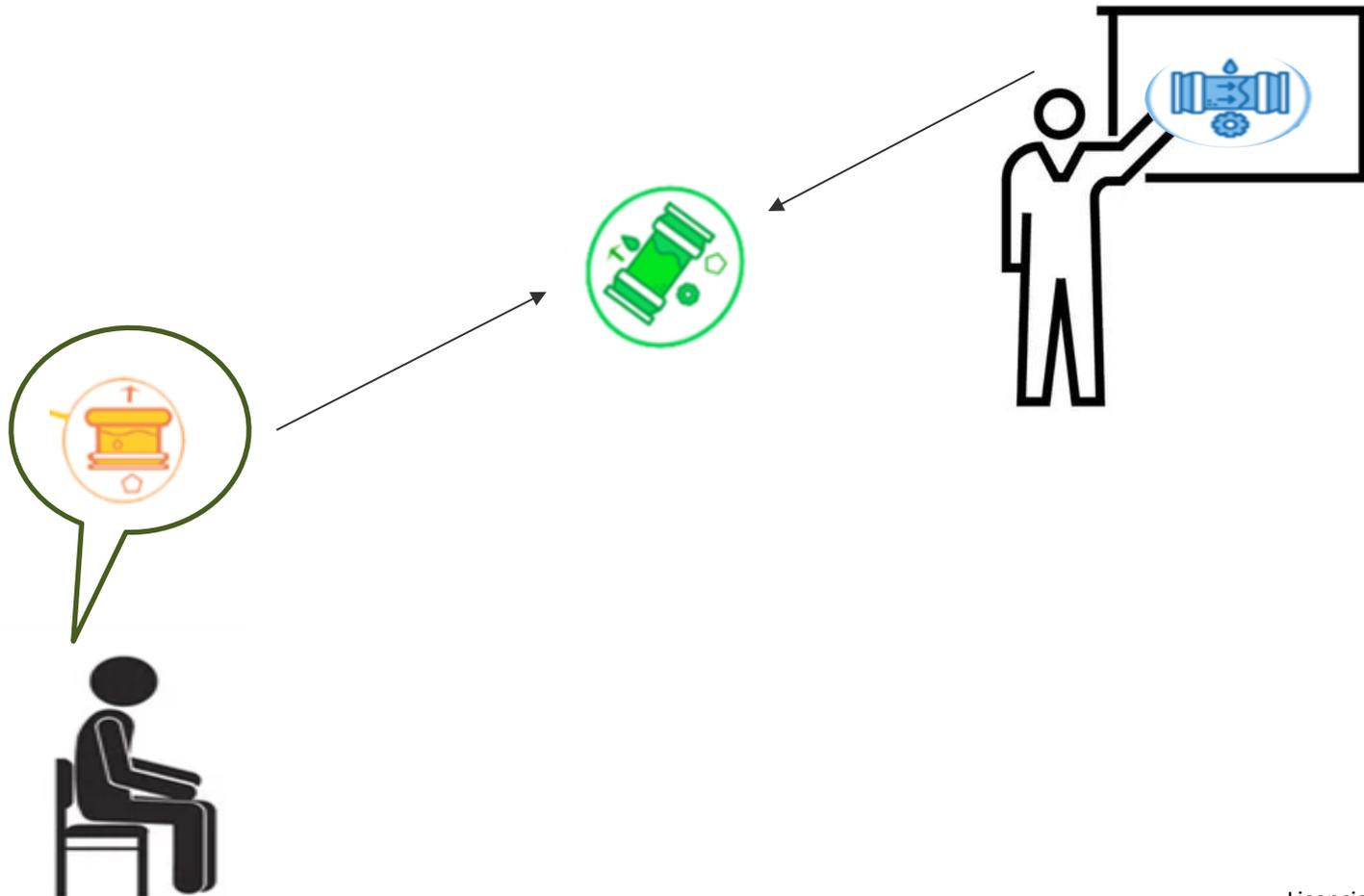


*Las estrategias que tienen a la base las ideas de **sustitución y confrontación** han mostrado baja eficiencia en el aprendizaje a lo largo del tiempo, es necesario avanzar hacia estrategias que se basen en el **refinamiento y la reorganización**.*

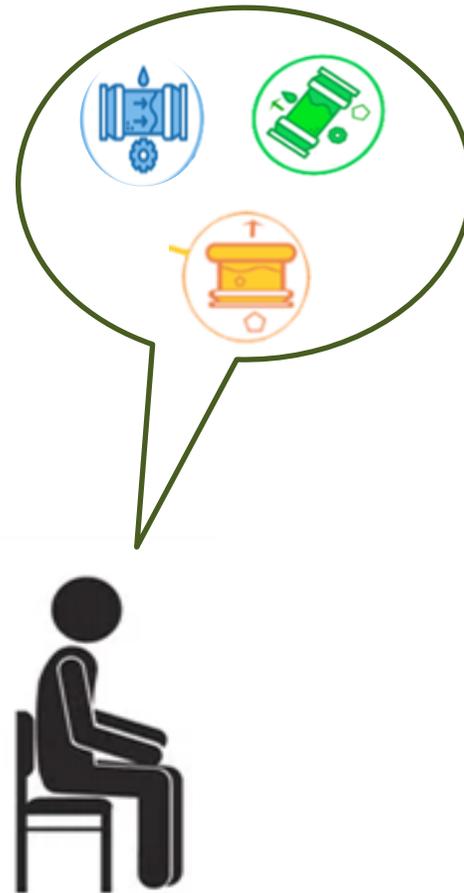
(Smith, Disessa & Roschelle, 1993)



# Preconcepciones en nuestro trabajo con los errores



# Preconcepciones en nuestro trabajo con los errores



# Mucho mejor...



¿Cuál número es mayor?

2,3

2,16



## Principio 1: El estudiante es quien debe reelaborar el error

- Que el profesor o un par entregue la respuesta correcta o explique por qué es un error por sí solo no genera efectos a largo plazo.
- El estudiante debe tener la oportunidad de elaborar y ser activo en este proceso:
  - La estrategia: contrastar con la respuesta correcta, entrega de pistas y no respuestas correctas, trabajo a partir de contraejemplos.
  - Importancia de la verbalización y/o ponerlo en práctica.



## Principio 2: el análisis del error requiere hacer explícito el proceso y segmentarlo

- El análisis del error es más eficiente cuando el estudiante sigue el proceso completo segmentado en distintas partes e identifica en qué se equivoca. Este proceso debe incluir **lo conceptual y lo procedimental**.
- Estrategias: contraste con la respuesta ejemplar, modelaje con un ejercicio similar y luego aplicación en el errado, tiempo en la comprensión del error y no en descubrirlo.

## Principio 3: la colaboración entre pares no siempre genera efectos positivos

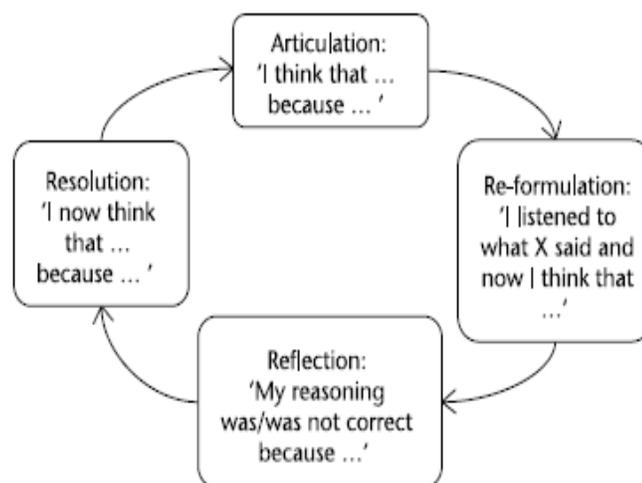


- El aprendizaje colaborativo en el que los estudiantes descubren errores o hablan sobre ellos a veces no tiene efectos en quienes comenten los errores o incluso puede generar efectos negativos.
- En estas instancias suele existir corrección o clarificación de parte de los estudiantes o incluso intervenciones que pueden fortalecer conceptos o procedimientos erróneos.



## Principio 3: la colaboración entre pares no siempre genera efectos positivos

- Combinar estrategias: Instrucción directa de conceptos clave que luego usan o en la colaboración.
- Enseñarles a los estudiantes a tener discusiones productivas:



(Julie Ryan & Julian Williams, 2007)



**!Equivóquense!**

**Aprender de los errores en**

**matemática**





## Referencias

- Heritage, M. (2007). "Formative Assessment: What Do Teachers Need to Know and Do?"
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15 : learning from errors and misconceptions*. McGraw-Hill/Open University Press.
- Smith, J. P., Disessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115–163. <http://www.jstor.org/stable/1466679>
- William. D (2017) *Embedded Formative Assessment: (Strategies for Classroom Assessment That Drives Student Engagement and Learning) (The New Art and Science of Teaching) : Second Edition*. Bloomington, USA. Solution Tree Press.