



Aptus
POTENCIADORA EDUCACIONAL
SIP Red de Colegios | Fundación Reinaldo Solari

!Equivóquense! Aprender de los errores en matemática

María Paz Cadena y Pablo Canales

Agenda



Los errores y el aprendizaje

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

Principios para utilizarlos en clases

Agenda



1

Los errores y el aprendizaje

2

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

3

Principios para utilizarlos en clases



“Los errores son oportunidades de aprendizaje”



¿Qué nos muestran los datos?



Prueba de Diagnóstico PDD



¿Qué nos muestran los datos?



Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

¿Qué nos muestran los datos?



Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

¿Qué nos muestran los datos?



Prueba de Diagnóstico PDD



Nivel	Dificultad global	Niveles anteriores analizados	Proporción de los niveles anteriores	Dificultad niveles anteriores	Puntaje de referencia nivel superior analizado
3°	72%	1°	30%	76%	75%
4°	60%	2°	34%	68%	75%
5°	60%	3°	23%	68%	75%
6°	56%	3°, 4°	33%	67%	75%
7°	47%	3°, 4°, 5°	48%	61%	70%
8°	48%	5°, 6°	45%	46%	70%
I°	47%	4°, 5°, 6°, 7°	35%	57%	70%
II°	47%	7°, 8°	40%	57%	70%
III°	50%	7°, 8°, I°	45%	52%	65%
IV°	44%	7°, I°, II°	60%	47%	65%

Un ejemplo



Si en 5° básico...

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{4}$$

En 7° básico...

$$x + \frac{1}{4} = \frac{5}{7}$$

En conclusión



Nuestros estudiantes muestran más errores conforme avanzan los niveles. Estos errores permanecen a lo largo del tiempo y “dificultan el aprendizaje” de nuevos conocimientos que progresan sobre ellos.

¿Qué nos muestran los datos?



Niveles	Logro y desviación estándar del grupo de preguntas en el nivel inferior	Logro y desviación estándar del grupo de preguntas en el nivel superior
2° y 3°	72% (3.3)	75% (6,4)
5° y 6°	66% (4.6)	72% (7,7)
I° y II°	43% (12.7)	53% (15,2)

Si bien hay una disminución de los errores, una mayoría de ellos tiende a permanecer y aumenta la brecha entre los estudiantes y estas siguen aumentando conforme aumentan los niveles.

Hay que abordar los errores...



***¿nos hacemos cargo
de todos ellos?***



Respuestas erróneas



¿Cuánto es $23 + 7$?

32

237

¿Qué diferencia estas dos respuestas erróneas?





*No todos los errores nos abren una
oportunidad de aprendizaje .*



Distinción



- Hay errores que no entregan información con respecto al proceso de aprendizaje y no nos permiten tomar decisiones de enseñanza más que Re enseñar.
- Hay errores que reflejan dificultades en el proceso de pensamiento/procesamiento de los estudiantes a nivel conceptual o procedimental. Estos errores son los que nos permiten entender el proceso de aprendizaje y reorientar la enseñanza.

5 Tipos de errores comunes en matemática



- Comprensión de símbolos y vocabulario matemático.
- Dificultades para organizar y representar información espacial
- Manejo parcial o incorrecto de conceptos, algoritmos, y procedimientos básicos de la matemática
- Errores por asociación incorrecta de conocimientos, experiencias o rigidez en la forma de procesar información.
- Aplicación o uso de conceptos irrelevantes (inhibir aquellos que no es central para la tarea).

¿Cómo se ven algunos de estos errores?



Comprensión de símbolos y vocabulario matemático.

$$2^3 =$$

5 6

¿Cómo se ven algunos de estos errores?



Manejo parcial o incorrecto de conceptos, algoritmos y procedimientos básicos de la matemática

$$52 + 4 = 92 \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 52 \\ + 4 \\ \hline 92 \end{array}$$



Necesito detectar estos errores....

¿Cómo lo hacemos?





Los errores y el aprendizaje

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

Principios para utilizarlos en clases

¿Cómo detecto estos errores?



Un ejemplo

Objetivo de evaluación: Calcular adición de números naturales

¿Cuánto es $24 + 3$?

- A) 27
- B) 28
- C) 29

¿Cuánto es $24 + 3$?

- A) 9
- B) 27
- C) 243

Resultado: en ambos casos la mitad del curso marca C.

¿Qué diferencia estas dos preguntas?





Las preguntas bisagras

- Visión rápida del entendimiento de los estudiantes
- Características:
 - ✓ Simples y rápidas de responder
 - ✓ Deben permitir recogida rápida de información
- El pero... tiempo de creación



Ejemplo

- Objetivo: medir capacidad de completar un patrón dado en tablas
- Nivel: 4°

Observa el patrón:

1	4	9	16	?
---	---	---	----	---

¿Cuál es el número que falta?

- 7% A) 17
- 49% B) 23
- 31% C) 25
- 7% D) 27

← ¿Qué hay detrás de este error? ¿Por qué alguien considera esto como respuesta correcta?

Necesariamente el uso del error pasa por el conocimiento de la pregunta (y del error)

Ejemplo



Observa el patrón:

1	4	9	16	?
---	---	---	----	---

¿Cuál es el número que falta?

- A) 17
- B) 23
- C) 25
- D) 27

Considera que la diferencia entre el penúltimo y el último término es la que se debe agregar

Estrategia que apunte a ese error en específico



***Cuando usamos las preguntas bisagra,
detectamos errores que son una oportunidad de
aprendizaje...***

¿Ahora qué?





Los errores y el aprendizaje

Rol de la evaluación en la detección de estos errores

Principios para utilizarlos en clases

Analizamos esta situación



¿Cuál número es mayor?

2,30

2,16

Analizamos esta situación



¿Cuál número es mayor?

1,82

0,9



¿Por qué el estudiante se vuelve a equivocar a pesar de la corrección del primer error?



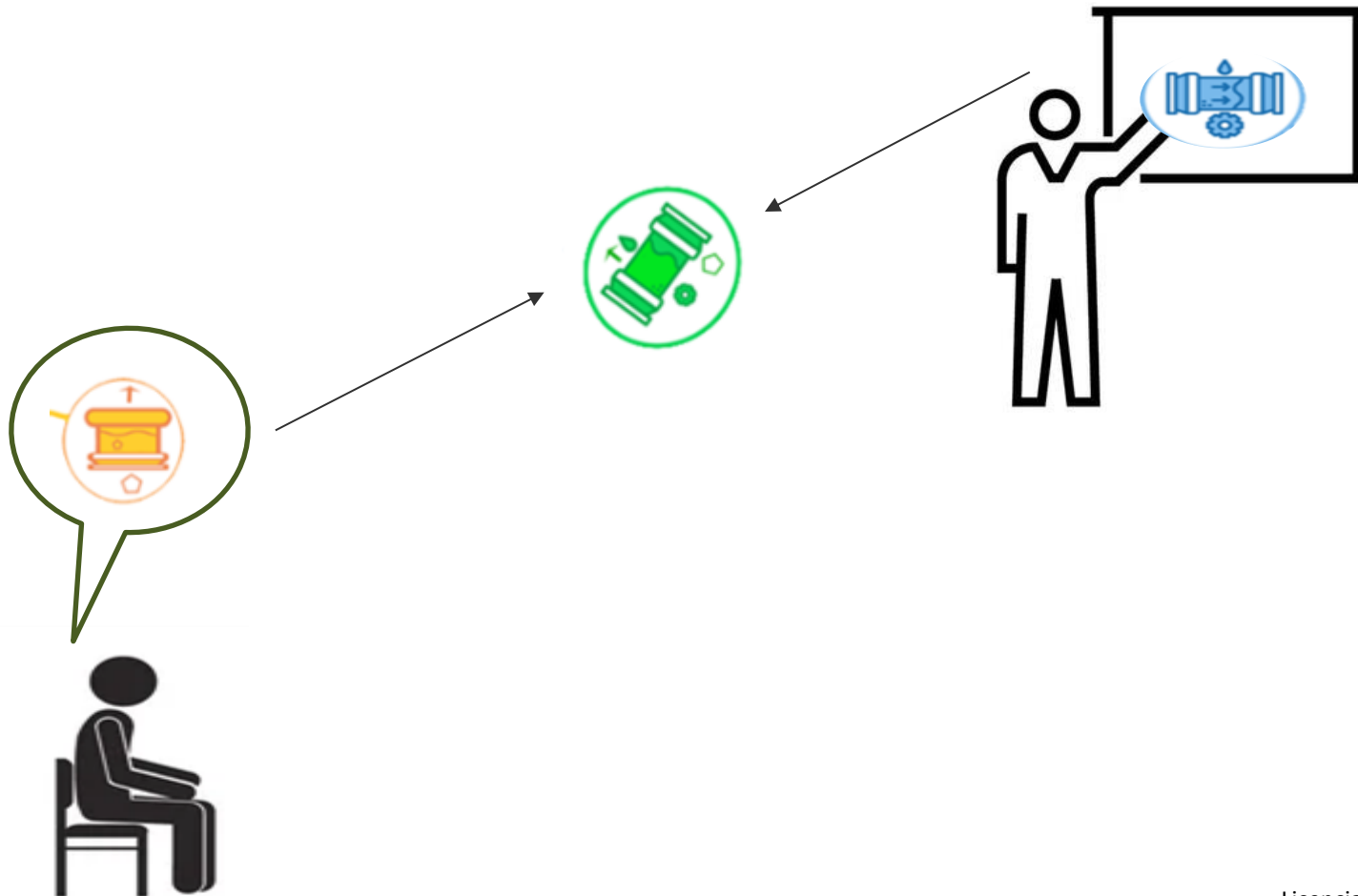


*Las estrategias que tienen a la base las ideas de **sustitución y confrontación** han mostrado baja eficiencia en el aprendizaje a lo largo del tiempo, es necesario avanzar hacia estrategias que se basen en el **refinamiento y la reorganización**.*

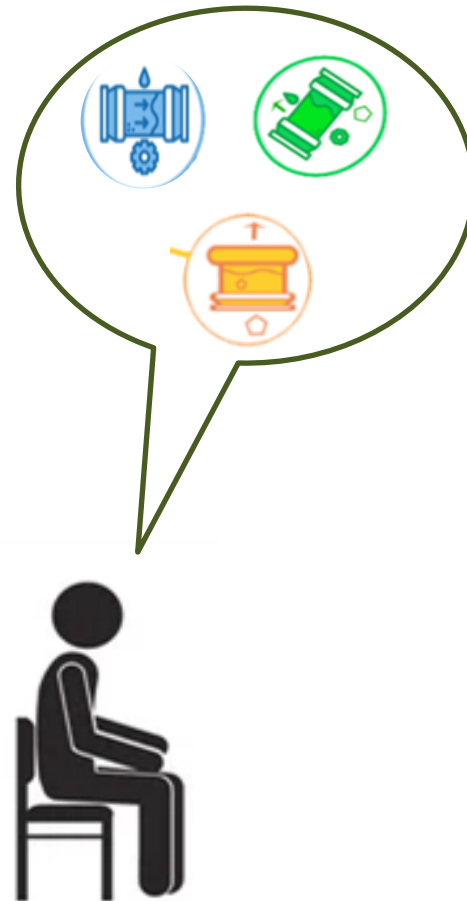
(Smith, Disessa & Roschelle, 1993)



Preconcepciones en nuestro trabajo con los errores



Preconcepciones en nuestro trabajo con los errores



Mucho mejor...



¿Cuál número es mayor?

2,3

2,16



Principio 1: El estudiante es quien debe reelaborar el error

- Que el profesor o un par entregue la respuesta correcta o explique por qué es un error por sí solo no genera efectos a largo plazo.
- El estudiante debe tener la oportunidad de elaborar y ser activo en este proceso:
 - La estrategia: contrastar con la respuesta correcta, entrega de pistas y no respuestas correctas, trabajo a partir de contraejemplos.
 - Importancia de la verbalización y/o ponerlo en práctica.



Principio 2: el análisis del error requiere hacer explícito el proceso y segmentarlo

- El análisis del error es más eficiente cuando el estudiante sigue el proceso completo segmentado en distintas partes e identifica en qué se equivoca. Este proceso debe incluir **lo conceptual y lo procedimental**.
- Estrategias: contraste con la respuesta ejemplar, modelaje con un ejercicio similar y luego aplicación en el errado, tiempo en la comprensión del error y no en descubrirlo.

Principio 3: la colaboración entre pares no siempre genera efectos positivos

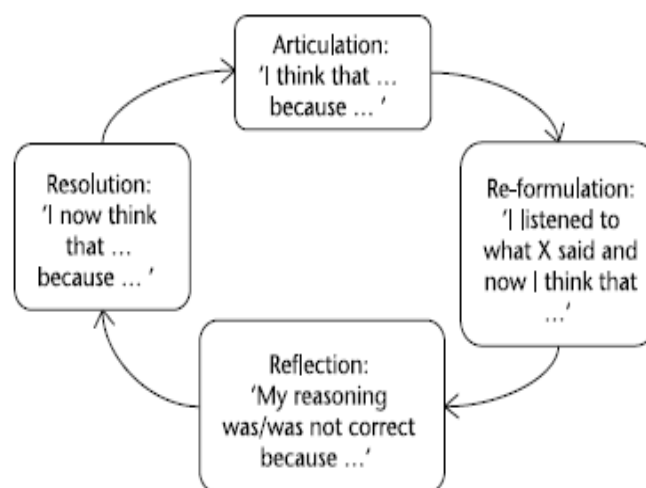


- El aprendizaje colaborativo en el que los estudiantes descubren errores o hablan sobre ellos a veces no tiene efectos en quienes comenten los errores o incluso puede generar efectos negativos.
- En estas instancias suele existir corrección o clarificación de parte de los estudiantes o incluso intervenciones que pueden fortalecer conceptos o procedimientos erróneos.



Principio 3: la colaboración entre pares no siempre genera efectos positivos

- Combinar estrategias: Instrucción directa de conceptos clave que luego usan o en la colaboración.
- Enseñarles a los estudiantes a tener discusiones productivas:



(Julie Ryan & Julian Williams, 2007)



**!Equivóquense!
Aprender de los errores en
matemática**





Referencias

- Heritage, M. (2007). "Formative Assessment: What Do Teachers Need to Know and Do?"
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15 : learning from errors and misconceptions*. McGraw-Hill/Open University Press.
- Smith, J. P., Disessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115–163. <http://www.jstor.org/stable/1466679>
- William. D (2017) *Embedded Formative Assessment: (Strategies for Classroom Assessment That Drives Student Engagement and Learning) (The New Art and Science of Teaching) : Second Edition*. Bloomington, USA. Solution Tree Press.